



ESTATÍSTICA II - 2º Ano/2º Semestre Gestão do Desporto

2ª Prova Intercalar-2ª parte 06. 06. 19 - 1hora.

(10 valores)

Nome: _____ Nº _____

Espaço reservado para classificações

1 a. (10)	2 a. (15).	3 a. (10)	3 c. (15)
1 b. (15)	2 b. (15)	3 b. (10)	3 d. (10)

T:

Atenção: 1. As folhas EXCEL no écran do computador tem os dados para a regressão e os dados para resolução da questão 3.

2. Devem apresentar na folha de exame a formalização e Justificação dos cálculos efectuados no EXCEL.

3. Devem fazer os cálculos no ficheiro EXCEL em folhas separadas para cada questão.

1. As notas no exame final de uma certa disciplina são normalmente distribuídas com média 72.7 e desvio padrão 13.1

a. Qual a probabilidade de a nota mínima em 3 exames seleccionados aleatoriamente estar entre 70 e 80?.

$$X \sim N(72.7, 13.1^2) \quad \underbrace{(X_1, X_2, X_3)}_{\text{amostra casual}} \quad G_{(1)}(x) = 1 - [1 - F_X(x)]^n$$

$$P(70 < \min\{X_i\} < 80) = 1 - [1 - F_X(80)]^3 - \{1 - [1 - F_X(70)]^3\}$$

$$= [1 - F_X(70)]^3 - [1 - F_X(80)]^3 = 0.1727$$

b. Qual o limite máximo para a nota média de uma amostra de dimensão 25 das notas neste exame com uma probabilidade de 80%?

$$a = ? : P(\bar{X} \leq a) = 0.80 \quad \bar{X} \sim N\left(72.7, \frac{13.1^2}{25}\right) \Rightarrow a = \text{invnorm}\left(0.80, 72.7, \frac{13.1}{5}\right) = 74.905$$

2. O departamento de risco de um banco assume que o montante de crédito, em milhares de euros, concedido é bem representado por uma variável aleatória com função densidade:

$$f_X(x|\alpha) = \frac{2}{\alpha^2}x \quad 0 < x < \alpha, \quad \alpha > 0$$

e tal que $E(X) = \frac{2}{3}\alpha$ e $Var(X) = \frac{\alpha^2}{18}$.

a) Encontre o estimador pelo método dos momentos para α e estude a sua consistência.

$$E(X) = \bar{X} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\tilde{\alpha} = \bar{X} \Leftrightarrow \tilde{\alpha} = \frac{3}{2}\bar{X} \text{ é o estimador pelo método dos momentos para } \alpha$$

$$E(\tilde{\alpha}) = E\left(\frac{3}{2}\bar{X}\right) = \frac{3}{2}E(\bar{X}) = \frac{3}{2}\frac{2}{3}\alpha = \alpha \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} E(\tilde{\alpha}) = \alpha$$

$$Var(\tilde{\alpha}) = Var\left(\frac{3}{2}\bar{X}\right) = \frac{9}{4}Var(\bar{X}) = \frac{9}{4}\frac{\alpha^2}{18n} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} Var(\tilde{\alpha}) = 0$$

Então o estimador é consistente.

- b) Considere a seguinte estatística para estimar a média do montante de crédito concedido: $T_1 = \frac{3\bar{X}+n}{2}$. Estude o seu enviesamento e a sua eficiência relativa em comparação com o estimador pelo método dos momentos calculado na alínea anterior.

$$E(T_1) = E\left(\frac{3\bar{X}+n}{2}\right) = \frac{3}{2}E(\bar{X}) + \frac{n}{2} = \frac{3}{2}\mu + \frac{n}{2} = \alpha + \frac{n}{2}, \text{ então } T_1 \text{ é um estimador enviesado pelo que não se pode estudar a eficiência relativa deste estimador em relação a } \tilde{\alpha}.$$

3. Uma companhia aérea analisou os atrasos, em minutos, de 150 dos seus vôos cujos valores se encontram no ficheiro Dados_2ªparte.

- a) Determine uma estimativa por intervalos para o valor esperado do atraso dos vôos desta companhia para um nível de confiança de 80% e interprete o resultado obtido.

$$I.C_{\mu}^{0.8} = (68.75, 77.41)$$

Em 80% dos intervalos calculados com o mesmo nível de confiança, o verdadeiro valor da média pertencerá ao intervalo calculado.

- b) Determine a dimensão da amostra necessária para reduzir para metade a amplitude do Intervalo de confiança calculado, mantendo constante o nível de confiança.

$$\frac{1}{2}\Delta IC_{\mu}^{80\%} = 4.3519 = 2t_{(149)}^{0.1} * \frac{s'}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{41.405}{2 * 1.2873} \Leftrightarrow n = 601$$

- c) A companhia aérea terá de pagar uma compensação de 500 € por passageiro para atrasos superiores 1 hora. Para ter uma ideia do montante a orçamentar para cobrir o custo das compensações a companhia aérea encomendou-lhe a realização de um teste para o atraso médio nos vôos realizados pela companhia. Formalize o ensaio a fazer e enuncie os erros de 1ª e 2ª espécie associados.

$$H_0: \mu \geq 1 \text{ contra } H_1: \mu < 1$$

Erro 1ª espécie: considerar que os atrasos são em média inferiores a 1 hora quando de facto são superiores o que fará com que a companhia não orçamente o valor necessário para cobrir o custo das compensações

Erro de 2ª espécie: considerar que os atrasos são em média superiores a 1 hora quando de facto são inferiores

d) A potência do ensaio é:

- a. Probabilidade de H_0 ser verdadeira e ser rejeitada
- b. Probabilidade de H_0 ser falsa e ser aceite
- c. Probabilidade de H_0 ser verdadeira e ser aceite
- d. **Probabilidade de H_0 ser falsa e ser rejeitada**